

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Enero - Marzo 2014

Carné: 13-10240

Nombre: Miguel Casanova

MA-1122 —Primer Examen, Mayo 2014. —

Justifique todas sus respuestas. Cada ejercicio vale 10 puntos. Debe elegir cuatro de los cinco ejercicios propuestos.

1. Considere la integral

$$I = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

a) Halle el valor de I .

b) Sea \mathcal{P} la partición de $[0, 1]$ dada por los puntos $x_k = \frac{k}{4}$, $k = 0, 1, \dots, 4$. Estime el error cometido al aproximar I por la suma superior, $M(\frac{4}{1+x^2}, \mathcal{P})$, asociada a \mathcal{P} .

2. Considere la función $f(x) = 2x - x^2$ definida para $0 \leq x \leq 2$, y sea

$$R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

a) Halle el área de R .

b) Las rectas $y = mx$, $m > 0$, dividen a R en dos regiones: R_1 y R_2 . Calcule m para que R_1 y R_2 tengan igual área.

3. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

b) $\int \log(\cos(x)) \tan(x) dx$

4. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log(x))^n}{x}$, para cualquier número entero n .

b) $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos(x) dx$

5. Demuestre que $G : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$G(x) = \int_{-\cos(x)}^{\sin(x)} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

es una función constante. Halle el valor de esta constante.